PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO – 2007

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) Discute el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+y+z=k \\ (1+k)x+y+z=2k \\ x+(1+k)y+z=1 \end{cases}$, según los valores del parámetro k y resuélvalo para k = -1.

2º) Se considera el triángulo de vértices A(0, 0, 1), B(2, 0, 0) y C(1, 1, 1). ¿Cuál es la intersección de los planos que pasan por cada vértice y son perpendiculares a la recta determinada por los otros dos vértices?

3º) Demuestra que la curva $f(x)=x-2\cos x$ tiene un punto de inflexión en el intervalo $[0,\ \pi]$ y halla la ecuación de la recta tangente a la curva en ese punto. Haz un dibujo en un entorno del mismo punto.

4º) De una función y = f(x), x > -1, sabemos que tiene por derivada $y'=\frac{a}{1+x}$, donde a es una constante. Determina la función, si además, sabemos que f(0) = 1 y f(1) = -1. Haz una gráfica aproximada.

OPCIÓN B

1º) Discute el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k \\ 1 & k^2 & k^2 \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro k.

Resuelve el sistema $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ en el caso de k = -1.

2º) Sean las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \end{cases}$. Calcula la ecuación del plano π que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a las dos rectas. Calcula también la ecuación de la recta t que pasa por el punto P(1, 1, 1) y es perpendicular al plano encontrado.

3º) La anulación de la primera derivada es una condición necesaria para que una función (derivable) presente un extremo relativo. Esta condición, aunque necesaria, no es suficiente. Demuestra con un ejemplo la segunda afirmación. En este mismo contexto, ¿qué podemos decir de la existencia de un punto de inflexión?

4º) Calcular el área del recinto limitado por la curva $y = x - 2\,sen\ x$ y las rectas y = 0, $x = -\frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{3}$. Haz un dibujo aproximado de la situación.

****